

# CAPÍTULO 2: CONSTRUCCIÓN CON REGLA Y COMPÁS

Sesión 1

26 de mayo 2023

# INTRODUCCIÓN

La construcción con regla y compás es el trazado de puntos, segmentos de recta y ángulos usando exclusivamente una regla sin medida y un compás.

La construcción con regla y compás es el trazado de puntos, segmentos de recta y ángulos usando exclusivamente una regla sin medida y un compás. En la geometría clásica, se estableció el uso de un compás idealizado, el cual pierde su apertura al momento de levantarlo del papel, por lo que no se puede utilizar para trasladar distancias. De esta forma, sólo es posible construir circunferencias a partir de dos puntos dados. Asimismo, la regla también es idealizada a un instrumento que tiene solo un borde, pues de otra forma, se puede utilizar para construir dos rectas paralelas.

Con esas condiciones, se esperaba que las construcciones con regla y compás fueran ideales y perfectas. Sin embargo, los dibujos del mundo real tienen imperfecciones, por ejemplo, por el grosor de la mina que se utiliza para el trazado, se generan puntos con dimensiones, o segmentos de rectas como franjas irregulares con anchura y altura. Por estas razones se considera que las construcciones con regla y compás de la geometría clásica se realizaban en la mente, más que en el papel, y son tan precisas como el álgebra.

A pesar de lo anterior, hasta el día de hoy se estudian las construcciones con regla y compás, pues se considera que son las construcciones más precisas, y con la ayuda de las tecnologías actuales, se ha logrado realizar las construcciones que se describieron antiguamente de manera perfecta.

Sin embargo, actualmente se sabe que hay algunas construcciones que no se pueden realizar exclusivamente con regla y compás, como por ejemplo la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección de un ángulo. También se ha comenzado a relacionar las construcciones con regla y compás con otras áreas, tal como la construcción de puntos en un plano cartesiano, longitudes de segmentos, operaciones de aritmética compleja, entre otros.

Para efectos de esta sección, nos concentraremos en las construcciones relacionadas con la geometría euclidiana que sí se pueden realizar y a justificar mediante demostraciones geométricas que dichas construcciones satisfacen lo pedido. Para ello, es necesario conocer cuáles son las construcciones básicas que se utilizarán en todas las construcciones de esta sección, y los criterios de congruencia de triángulos, que nos ayudarán a demostrar que las construcciones sean las adecuadas.

# CONSTRUCCIONES BÁSICAS

Todas las construcciones con regla y compás utilizan algunas de estas construcciones.

- Dados dos puntos, crear un segmento de recta que pase por ambos.

# CONSTRUCCIONES BÁSICAS

Todas las construcciones con regla y compás utilizan algunas de estas construcciones.

- Dados dos puntos, crear un segmento de recta que pase por ambos.
- Dados dos puntos, crear una circunferencia con centro en un punto y que pase por el otro.

# CONSTRUCCIONES BÁSICAS

Todas las construcciones con regla y compás utilizan algunas de estas construcciones.

- Dados dos puntos, crear un segmento de recta que pase por ambos.
- Dados dos puntos, crear una circunferencia con centro en un punto y que pase por el otro.
- Crear el punto en que se intersecan dos rectas no paralelas.

# CONSTRUCCIONES BÁSICAS

Todas las construcciones con regla y compás utilizan algunas de estas construcciones.

- Dados dos puntos, crear un segmento de recta que pase por ambos.
- Dados dos puntos, crear una circunferencia con centro en un punto y que pase por el otro.
- Crear el punto en que se intersecan dos rectas no paralelas.
- Crear el o los puntos de intersección entre una circunferencia y una recta o segmento.

# CONSTRUCCIONES BÁSICAS

Todas las construcciones con regla y compás utilizan algunas de estas construcciones.

- Dados dos puntos, crear un segmento de recta que pase por ambos.
- Dados dos puntos, crear una circunferencia con centro en un punto y que pase por el otro.
- Crear el punto en que se intersecan dos rectas no paralelas.
- Crear el o los puntos de intersección entre una circunferencia y una recta o segmento.
- Crear el o los puntos de intersección de dos circunferencias.

## CRITERIOS DE CONGRUENCIA

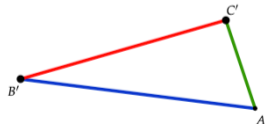
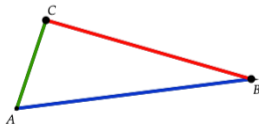
Todas las construcciones que se realizarán en esta sección utilizan al menos uno de los criterios de congruencia de triángulos para sus respectivas demostraciones. Los más utilizados son los siguientes.

## CRITERIOS DE CONGRUENCIA

Todas las construcciones que se realizarán en esta sección utilizan al menos uno de los criterios de congruencia de triángulos para sus respectivas demostraciones. Los más utilizados son los siguientes.

### Criterio Lado-Lado-Lado (LLL)

Dos triángulos son congruentes si cada lado de uno de ellos tiene igual medida con cada lado del otro.

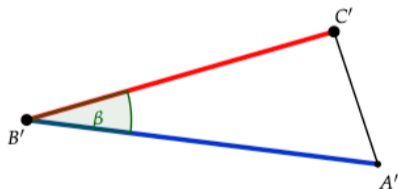
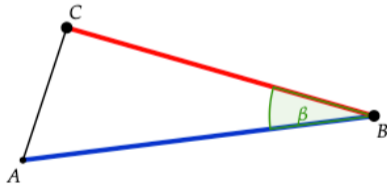


En la imagen  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .

# CRITERIOS DE CONGRUENCIA

## Criterio Lado-Ángulo-Lado (LAL)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados congruentes y el ángulo entre dichos lados también es congruente.

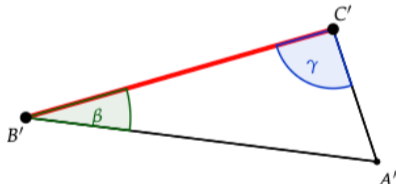
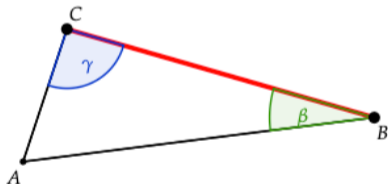


En la imagen  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .

# CRITERIOS DE CONGRUENCIA

## Criterio Ángulo-Lado-Ángulo (ALA)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos congruentes y el lado comprendido entre dichos ángulos también es congruente.

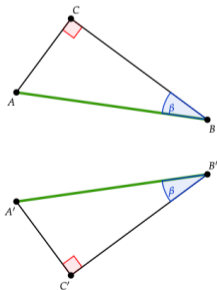


En la imagen  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .

# CRITERIOS DE CONGRUENCIA

## Criterio para triángulo rectángulo Hipotenusa-Ángulo

Si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y un ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.



En la imagen  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ .

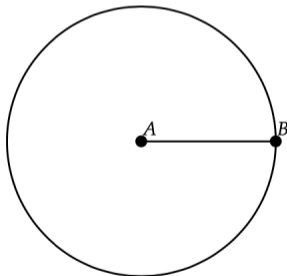
# EJERCICIO 1

## Ejercicio 1

Construya una circunferencia de centro  $A$  y radio  $\overline{AB}$ . El segmento  $\overline{AB}$  es arbitrario.

# SOLUCIÓN

Se traza con la regla un segmento cualquiera y se nombran sus extremos como  $A$  y  $B$ . Luego se posa la punta del compás en  $A$  y el lápiz en  $B$  y se traza la circunferencia pedida.



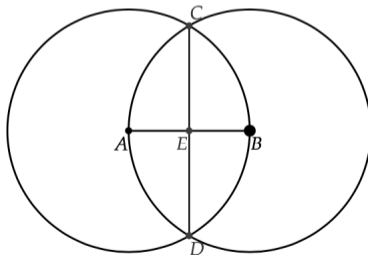
## EJERCICIO 2

## Ejercicio 2

Construya el punto medio de un segmento cualquiera. ¿Podrías decir por qué el punto construido es el punto medio?

# SOLUCIÓN

Se traza con la regla un segmento cualquiera y se nombran sus extremos como  $A$  y  $B$ . Se traza una circunferencia con centro  $A$  y radio  $\overline{AB}$  y otra circunferencia de centro  $B$  y radio  $\overline{AB}$ . Se nombran las intersecciones de las circunferencias como  $C$  y  $D$ . Se unen los puntos  $C$  y  $D$  y se nombra la intersección entre esta recta y  $\overline{AB}$  como  $E$ . Finalmente  $E$  es el punto medio.



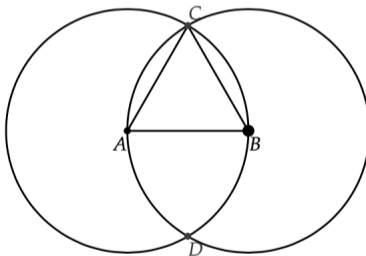
## EJERCICIO 3

## Ejercicio 3

Construya un triángulo equilátero. ¿Podrías decir por qué el triángulo construido es equilátero?

# SOLUCIÓN

Realize la construcción anterior y luego una los puntos  $A$  y  $C$ , y luego una los puntos  $B$  y  $C$ . El triángulo  $\triangle ABC$  será equilátero.



## EJERCICIO 4

## Ejercicio 4

Construya un triángulo isósceles. ¿Podrías decir por qué el triángulo construido es isosceles?

## SOLUCIÓN

Realize la construcción de la Pregunta 2, luego en el segmento  $\overline{CD}$  se escoge cualquier punto distinto de  $C$ ,  $D$  y  $E$ . Llamemos a este punto  $G$ . Se unen los puntos  $A$  y  $G$  y se unen los puntos  $B$  y  $G$ . Luego el triángulo  $\triangle ABG$  es isósceles.

