

VALPARAISO'S MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS DAYS

Octavo Encuentro de la Matemática y sus
Aplicaciones

Instituto de Matemáticas - Escuela de Ingeniería Eléctrica,
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Valparaíso, 18 y 19 de Abril de 2018

PROGRAMA

1. INTRODUCCIÓN

El **Octavo Encuentro de la Matemática y sus Aplicaciones** ha sido organizado en conferencias secuenciales de **20** minutos de duración (15 minutos de exposición y 05 minutos de para preguntas y comentarios). Las charlas se llevarán a cabo en la **sala de conferencias** de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, ubicada en Av. Brasil 2147, cuarto piso.

En la siguiente página se detalla la programación correspondiente, incluyendo autor y título de la charla.

La organización agradece al Instituto de Matemáticas, Escuela de Ingeniería Eléctrica y al Proyecto VRIA-PUCV 039.462/2017 por su gran apoyo para llevar a cabo este evento. Igualmente, extiende su reconocimiento y gratitud a todos los expositores, quienes gracias a su buena voluntad de participar, han hecho posible la realización de este **VMAD 8**.

Comité Organizador

Valparaíso, Abril de 2018.

2. MIERCOLES, 18 DE ABRIL

14:30-14:35 BIENVENIDA

14:35-14:55 JUAN VIELMA: *Non-linear analysis of retrofitted Mercado Puerto building.*

14:55-15:15 JORGE ZAHR: *Modelación Constitutiva en Mecánica de Sólidos.*

15:15-15:35 STEPHEN SINCLAIR: *Siconos: A framework for modeling nonsmooth dynamical systems and its applications in rigid body simulation.*

15:35-15:55 SAMUEL HORMAZABAL: *Oceanografía Operacional: Aplicaciones para el Desarrollo de las Actividades Productivas en el Océano.*

[Moderador: M. Barrientos]

15:55-16:30 COFFEE BREAK

16:30-16:50 HERNÁN MELLA: *The Perfectly Matched Layers method for inverse problems in elastodynamics.*

16:50-17:10 WERNER JARA: *Modelación y análisis de máquinas eléctricas mediante métodos analíticos y herramientas computacionales.*

17:10-17.30 DIEGO PAREDES: *Problemas Multiescala y HPC: desafío interdisciplinarios.*

[Moderador: M. Rodríguez]

17.30-18.00 COFFEE

3. JUEVES, 19 DE ABRIL

14:35-14:55 PABLO MOISSET de ESPANES: *Proper models for studying diversity-stability relationship: species additivity.*

14:55-15:15 ÁLVARO OLIVERA-NAPPA: *Modelamiento matemático del sistema glucosa-insulina en humanos para la inferencia de parámetros fisiológicos personalizados a partir de pruebas clínicas no invasivas.*

15:15-15:35 J. CRISTIAN SALGADO: *Modelamiento matemático de la absorción de hierro en células Caco-2.*

15:35-15:55 ZIOMARA GERDTZEN: *Addressing Wolbachia-Mosquito mutualism using Genome-scale models.*

[Moderador: F. Pizarro]

15:55-16:30 COFFEE BREAK

16:30-16:50 CLAUDIO SEGUEL: *Aplicaciones de la ingeniería matemática a problemas del medio ambiente.*

16:50-17:10 SEBASTIAN MAGGI: *Fundamentos, teoría y aplicaciones de simulación numérica para la solución de problemas de ingeniería utilizando ANSYS.*

17:10-17:30 IGNACIO MUGA: *Simulación Rápida de Problemas Transmisor-Receptor en Medios Constituidos por Capas.*

[Moderador: S. Ossandón]

17:30-18:00 COFFEE

Addressing Wolbachia-Mosquito mutualism using Genome-scale models

Natalia Jimenez T., Ziomara P. Gerdtzen, A. Olivera-Nappa, J. Cristian Salgado, Carlos Conca
Universidad de Chile

As a result of their adaptation to depend on other organisms for their survival, Wolbachia has developed a reduced genome size. Based on this it is likely that they present a small and rather incomplete metabolic network, as it has been observed previously for other endosymbiotic bacteria.

In this work we study the metabolism of two Wolbachia strains wMel and wMelPop (*Drosophila melanogaster*) using genome-scale models. The obtained metabolic reconstructions were validated with experimental data and exhibit known features of both Wolbachia's and *Rickettsia*'s metabolism.

In parallel we have developed a genome scale model for mosquito, and we are currently working on the combined use of these two genome scale models to shed a light on Wolbachia's mutualism.

This approach provides a new tool for understanding the effect of the absence of specific genes for the survival of Wolbachia, and studying its metabolic interaction with its host. It also sets the basis for the study of other endosymbiotic bacteria involved in the spread of arboviral diseases.

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Oceanografía Operacional: Aplicaciones para el Desarrollo de las Actividades Productivas en el Océano

SAMUEL HORMAZÁBAL *

Abstract

El crecimiento sostenido de la actividad marítima, conlleva a un aumento progresivo del número de usuarios que requieren información oceanográfica y meteorológica de carácter operacional. Esta información, que se encuentra dispersa en distintos sitios web, tanto nacionales como internacionales, se almacena y despliega con diferentes tipos de formatos e idiomas, y posee diferentes grados de confiabilidad, limitando su acceso y correcta interpretación.

La dificultad de acceso e interpretación de la información oceanográfica y meteorológica puede llevar a realizar actividades en condiciones oceanográficas adversas, generando un importante riesgo para la vida humana, así como también daños en embarcaciones, infraestructura portuaria, y en el medio ambiente. La necesidad de acceso libre y oportuno a información oceanográfica y meteorológica confiable, ha motivado a un grupo multidisciplinario de investigadores de la PUCV, en el marco del proyecto CORFO INNOVA 15BP-4508, a implementar un Portal Web y Aplicación para dispositivos móviles, denominado POMeO. Modelos matemáticos y estadísticos son aplicados al desarrollo de los productos de POMeO, los cuales se orientan a mejorar las actividades productivas que se realizan en el océano. Se discuten algunas de las características de los productos que se requieren en el área y como los métodos matemáticos y estadísticos pueden permitir una buena aproximación a la solución de los problemas o necesidades que se presentan.

*Escuela de Ciencias del Mar, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Casilla 4059, Valparaíso, Chile, e-mail: samuel.hormazabal@pucv.cl

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Fundamentos, teoría y aplicaciones de simulación numérica para la solución de problemas de ingeniería utilizando ANSYS.

SEBASTIÁN MAGGI * CARLOS OLIVARES * KAROLLINE ROPELATO *

Abstract

El desarrollo de la computación y sus aplicaciones al cálculo numérico a lo largo de los últimos años ha sido sin duda alguna uno de los principales motores del desarrollo de la ingeniería a nivel mundial gracias a la posibilidad de resolución de ecuaciones constitutivas en problemas altamente complejos, lo que ha permitido avances en áreas tan importantes como en la aeronáutica y la industria aeroespacial, entre otras. Uno de estos aspectos importantes dice relación con las poderosas herramientas de simulación que hoy nos permiten simular condiciones de la realidad y problemas de ingeniería de modo que nos otorgan la posibilidad de predecir comportamientos y tomar decisiones. Esta presentación comprende una revisión de la historia de las aplicaciones de simulación computacional y fundamentos del cálculo estructural y del análisis en fluidodinámica, hasta llegar a revisar algunas de las principales aplicaciones en el mercado utilizando la herramienta ANSYS.

References

- [1] TIMOSHENKO, S., *Theory of elasticity*. McGraw-Hill, (1951).
- [2] HUEBNER, K.H., *The Finite Element Method for Engineers*. Wiley, (1975).
- [3] HALLQUIST, J.O., *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation, (2006).
- [4] WHITE, F., *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, (2011).
- [5] PATANKAR, S., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Taylor & Francis, (1980).
- [6] VERSTEEG, H.K., MALALASAKERA, W., *An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Volume Finite Method*. Prentice Hall, (2007).
- [7] ANDERSON, J., *Computational Fluid Dynamics*. McGraw-Hill, (1995).
- [8] WILCOX, D.C., *Turbulence modeling for CFD*. D C W industries, (2006).

*Engineering Scientific Simulation Software ESSS, Santiago, Chile, e-mail: sebastian.maggi@esss.co

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

The Perfectly Matched Layers method for inverse problems in elastodynamics

HERNÁN MELLA^{1,2} JOAQUIN MURA² ESTEBAN SÁEZ³

Abstract

The simulation of the propagation of elastic waves in unbounded domains is still an open problem. In the past years, different absorbing boundary conditions (ABC) have been developed, such as Gaussian taper method, high-order ABC and paraxial approximations, being the Perfectly Matched Layers (PML) method [1] one of the most successful. In this talk we show how to solve the inverse problem of finding the elastic parameters of certain media using an hybrid-mixed PML formulation [2] to reduce the computational cost of solving the elastodynamics equations.

References

- [1] JP. BERENGER, *A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves*. J. Comput. Phys. 1994;114:185–200.
- [2] S., KUCUKCOBAN AND L. F., KALLIVOKAS, *Mixed perfectly-matched-layers for direct transient analysis in 2D elastic heterogeneous media*. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 2011;50:57–76.

¹Departamento de Ingeniería Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Casilla 4059, Santiago, Chile, e-mail: hmella@uc.cl

²Centro de Imágenes Biomédicas, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile, e-mail: jamura@uc.cl

³Departamento de Ingeniería Estructural y Geotécnica, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile, e-mail: esaez@ing.puc.cl

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Proper models for studying diversity-stability relationship: species additivity

PABLO MOISSET DE ESPANES *

Abstract

Few questions in ecology have received such great attention over decades and have been so fertile in promoting research, as the one about the relation between complexity and stability of communities. Early beliefs pointed towards a positive relation between richness of species and interaction within communities and their ability to endure. However, this view was challenged by theoreticians, who showed that stability of model communities decreased with number of species and interactions. Much of the research in the frame of the complexity-stability debate has been conducted by means of the construction and analysis of mathematical models. For evaluating the complexity-stability relation, an essential property of dynamic models is that they must not force the stability to change as a consequence of varying the ecological network size. In other words, the dynamical system should be scale-invariant.

In this talk, as introduction, we will present the example of the logistic equation modelling a single species that inhabits two connected terrain patches and how assumptions on the movement between patches can affect the scale invariance. Then we will move to the more difficult case of multi-species networks and we will briefly discuss the case of models that represent adaptive behaviour.

*Centro de Biotecnología y Bioingeniería (Cebib), U. de Chile. Santiago, Chile, e-mail: pablo.moisset@gmail.com

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Simulación Rápida de Problemas Transmisor-Receptor en Medios Constituidos por Capas

IGNACIO MUGA *

Abstract

La caracterización de materiales presentes en el subsuelo o en el fondo marino se realiza mediante prospecciones geofísicas de tipo transmisor-receptor. Matemáticamente, se resuelve un *problema inverso* que estima alguna propiedad física característica de dichos materiales (e.g., resistividad, velocidad, densidad, etc.). Resolver un problema inverso es algo no-trivial y requiere, entre otras cosas, de la simulación de muchos (miles) *problemas directos*. Si adicionalmente queremos estimaciones en tiempo real (al mismo tiempo en que se realizan las prospecciones), necesitamos ser capaces de resolver problemas directos en fracciones de segundo. Es aquí donde debemos transar calidad del modelo por rapidez. Una simplificación geométrica del modelo es considerar que los materiales se distribuyen por capas horizontales o concéntricas. Ello permite pasar de un problema tridimensional 3D a varios problemas unidimensionales 1D, cuya resolución numérica es optimizada en tiempo.

En esta charla mostraremos los principios básicos de una nueva técnica [?] para la simulación rápida de este tipo de problemas.

References

- [1] SHAHRIARI, M., ROJAS, S., PARDO, D., RODRÍGUEZ-ROZAS, A., BAKR, S.A., CALO, V.M., MUGA, I., *A numerical 1.5D method for the rapid simulation of geophysical resistivity measurements*. To appear in Journal of Computational Physics (2018).

*Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Casilla 4059, Valparaíso, Chile,
e-mail: ignacio.muga@pucv.cl

Modelamiento matemático del sistema glucosa-insulina en humanos para la inferencia de parámetros fisiológicos personalizados a partir de pruebas clínicas no invasivas

Alvaro Olivera-Nappa, Sebastián Contreras, David Medina, Catalina Guerra

Centro de Biotecnología y Bioingeniería – CeBiB
Departamento de ingeniería Química, Biotecnología y Materiales
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

Los modelos matemáticos existentes para la dinámica glucosa-insulina han sido desarrollados con el fin de capturar el mecanismo fisiológico de este sistema. Sin embargo, éstos suelen utilizar variables que no tienen un significado metabólico, no son directamente medibles en un paciente o bien la complejidad del modelo limita considerablemente su aplicación.

Por otro lado, las pruebas estándar para medir los niveles de glucosa actualmente utilizadas para detectar posibles alteraciones metabólicas, tales como el test oral de tolerancia a la glucosa (OGTT por sus siglas en inglés), son demasiado simples y no entregan información suficiente que permita identificar unívocamente los parámetros de los modelos presentados hasta el momento. Adicionalmente, los protocolos clínicos para el diagnóstico de las enfermedades no son universales, dependiendo fuertemente del criterio del médico tratante y del lugar de aplicación.

En este trabajo, presentaremos un nuevo modelo matemático para el sistema glucosa-insulina y una nueva estrategia de resolución del problema inverso asociado que permitió satisfactoriamente reconocer parámetros fisiológicos de pacientes individuales sanos a partir de sus pruebas de OGTT, combinando técnicas de clusterización por dendrogramas, interpolación, cuantificación y propagación de errores, optimización no lineal y heurísticas. De esta manera, se busca mejorar los protocolos clínicos para el diagnóstico y tratamiento adecuado de estados alterados del metabolismo de la glucosa, antes de que éstos lleguen a conducir al desarrollo final de diabetes de tipo 2, enfocándose en las fallas metabólicas características de cada paciente. Así, se pretende usar este modelo y los parámetros fisiológicos de cada paciente para el desarrollo de estrategias diferenciadas de tratamiento médico personalizado de acuerdo al metabolismo y el sistema de control propio de cada paciente.

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Modelamiento matemático de la absorción de hierro en células Caco-2

LAYIMAR CEGARRA * ANDREA COLINS † ZIOMARA P. GERDTZEN ‡ J. CRISTIAN SALGADO

Abstract

El hierro es esencial para el desarrollo de funciones vitales, *e.g.* procesos de oxidación-reducción, respiración celular y transferencia de electrones. La homeostasis del hierro debe ser regulada, pues pequeñas variaciones en sus niveles producen enfermedades como anemia, hematomacrosis, ciertos cánceres y enfermedades neurodegenerativas, además de catalizar la formación de radicales hidroxilos que pueden causar estrés oxidativo. Se ha propuesto que existe un mecanismo de regulación a nivel intestinal relacionado con el fenómeno denominado bloqueo de la mucosa, descrito como un mecanismo endocítico de respuesta rápida que define la capacidad de una dosis inicial de hierro para bloquear la absorción de una segunda dosis. En este mecanismo la proteína DMT1 (Divalent Metal Transporter 1) sería clave.

Nuestro grupo ha propuesto un modelo matemático obtenido mediante un proceso de regresión simbólica el cual reveló importantes aspectos del fenómeno de manera automática. También hemos propuesto un modelo fenomenológico inicial para este sistema; éste refleja: i) que la endocitosis de DMT1 puede ocurrir a bajas concentraciones de hierro apical y que este proceso se acelera al aumentar dicha concentración (sin confirmación experimental hasta ahora); ii) que la localización de DMT1 oscila entre la membrana y un estado endocitado donde permanece gran parte del tiempo luego de una exposición a hierro. Este modelo oscilatorio representa cuantitativamente los datos experimentales de flujo de hierro, y cualitativamente los datos experimentales de bloqueo mucosal.

El objetivo de este trabajo es estudiar éste y otros modelos matemáticos alternativos que describan el proceso oscilatorio de relocalización de DMT1. El proceso de

*PMDC Lab, CeBiB, Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Beauchef 851, Santiago, Chile, e-mail: l.cegarra@gmail.com

†PMDC Lab, CeBiB, Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Beauchef 851, Santiago, Chile, e-mail: andreacolinsr@gmail.com

‡PMDC Lab, CeBiB, Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Beauchef 851, Santiago, Chile, e-mail: zgerdtze@ing.uchile.cl

§PMDC Lab, CeBiB, Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Beauchef 851, Santiago, Chile, e-mail: jsalgado@ing.uchile.cl

ajuste de parámetros fue llevado a cabo mediante el método de Jackknife, calculándose el coeficiente de correlación, los intervalos de confianza y la estimación del error de generalización. El test de significancia de parámetros, determinó que los parámetros que representan la velocidad de reacción en la cual DMT1 pasa de estar unido a hierro a vacío y la velocidad con la cual DMT1 unido a hierro cambia su orientación, no eran significativamente diferentes de cero. La eliminación del primer parámetro permitió obtener un modelo con una mejor capacidad de generalización. Finalmente, un conjunto de modelos adicionales para describir la componente oscilatoria fue estudiado en relación al modelo original en función del coeficiente de correlación y sus capacidades de generalización.

References

- [1] ANDREA COLINS, ZIOMARA P. GERDTZEN, MARCO T. NUEZ AND J. CRISTIAN SALGADO, *Mathematical Modeling of Intestinal Iron Absorption Using Genetic Programming*. PLOS ONE, vol. 12, 1, pp. 1-24, (2017).

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Siconos: A framework for modeling nonsmooth dynamical systems and its applications in rigid body simulation

STEPHEN SINCLAIR *

Abstract

Siconos¹ [1] is a C++ framework for modeling nonsmooth dynamical systems implementing Jean-Jacques Moreau's Sweeping Process [2]. In this talk I will discuss what constitutes a nonsmooth dynamical system, explain the sweeping process, give an overview of the tools that Siconos features for modeling and simulation of such systems, and provide some examples of its use for rigid body mechanical systems modeling, with applications in computer-aided design, mining and robotics.

References

- [1] ACARY, VINCENT, AND FRANCK PRIGNON, *Siconos: A software platform for modeling, simulation, analysis and control of nonsmooth dynamical systems*. Simulation News Europe 17.3/4, pp. 19–26, (2007).
- [2] KUNZE, M. AND MONTEIRO MARQUÈS, M.D.P., *An introduction to Moreau's Sweeping Process*. Impact in Mechanical systems: Analysis and Modelling, pp. 1–60, (2000).

*Inria Chile, Santiago, Chile, e-mail: `stephen.sinclair@inria.cl`

¹<http://siconos.gforge.inria.fr>

V-MAD 8

Octavo Encuentro en Aplicaciones de la Matemática

Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 18 y 19 Abril, 2018

Non-linear analysis of retrofitted Mercado Puerto building

CLAUDIA AGUILAR ^{*} JUAN VIELMA [†]

Abstract

Valparaíso is a city whose Historic Quarter has been recognized as a world cultural heritage by UNESCO. Among the most emblematic heritage buildings is the Mercado Puerto de Valparaíso building, which was one of the first modern reinforced concrete buildings built in the city. This building was damaged by the Maule's earthquake (2010), which resulted in the evacuation order by the municipality. A reinforcement project of the existing structure was carried out, which consisted of jacketed pillars and remake reinforced concrete walls, keeping intact the aesthetics of the building. This paper presents the results of the evaluation of the seismic behavior of this building, including the added structural reinforcement. The evaluation has been carried out by applying non-linear analysis with incremental loads (Pushover Analysis), leading to calculate some coefficients that allows to estimate the quality of the seismic response: the global ductility and overstrength, as well as the performance point, obtained through the adaptation of the classical N2 method and extended N2 to the current spectrum of the Chilean Anti-Seismic code. The static non-linear analysis required to evaluate seismic performance was carried out using a fiber-based model, using finite elements. This model was able to capture the constitutive and geometric characteristics of the non-linear response.

References

- [1] VAMVATSIKOS, D. AND CORNELL, C.A. , *Direct estimation of the seismic demand and capacity of oscillators with multi-linear static pushovers through IDA*. . Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 35, 9, pp. 1097-1117, (2006).
- [2] KRESLIN, M. AND FAJFAR, P., The extended N2 method considering higher mode effects in both plan and elevation. Bulletin of Earthquake Engineering, vol. 10, pp. 695715, (2012).

^{*}Escuela de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile, e-mail: claudia.cata@live.cl

[†]Escuela de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile, e-mail: juan.vielma@pucv.cl

- [3] MANDER, J.B., PRIESTLEY, M.J.N., AND PARK, R. , *Theoretical StressStrain Model for Confined Concrete*. Journal of Structural Engineering, vol. 114, No. 8, pp. 18041826, (1988).

Modelación Constitutiva en Mecánica de Sólidos

Jorge Zahr Viñuela¹

Abstract

El presente trabajo tiene por finalidad proporcionar una visión generalista del rol fundamental que desempeña la Modelación Constitutiva dentro del ámbito de la simulación computacional de la respuesta mecánica de estructuras frente a acciones externas. Se explica, en primer lugar, qué se entiende por Modelación Constitutiva en mecánica de sólidos, mencionándose algunas de las familias de modelos constitutivos de más frecuente uso en ingeniería. Se refiere al lector al texto de Ottosen y Ristinmaa [1], que incluye un tratamiento en el contexto de las deformaciones infinitesimales, así como aspectos históricos. Se introduce a continuación la Teoría de las Variables Internas (cuyo fundamento puede encontrarse en los trabajos de Coleman y Noll [2], Coleman y Gurtin [3] sobre viscoelasticidad y viscoelasticidad con variables internas), haciendo hincapié en alguno de los aspectos termodinámicos que deben ser considerados a la hora de formular un modelo constitutivo. Posteriormente se describe algunas aplicaciones concretas de la teoría (ver [4] para más detalles), para finalizar con alguno de los aspectos que resultan de particular interés para el autor en el contexto de materiales compuestos y Mecánica del Daño, y sobre los cuales pudiera surgir una posible colaboración.

Palabras clave: Modelo Constitutivo, Ecuaciones Constitutivas, Teoría de las Variables de Estado Internas, Procedimiento de Coleman y Noll, Método de los Elementos Finitos, Elasticidad lineal y no lineal, Plasticidad, Mecánica del Daño.

Referencias

- [1] Ottosen NS, Ristinmaa M. The Mechanics of Constitutive Modeling. Mech Const Model 2005;673–95. doi:10.1016/B978-008044606-6/50024-2.
- [2] Coleman BD, Noll W. The thermodynamics of elastic materials with heat conduction and viscosity. Arch Ration Mech Anal 1963;13:167–78. doi:10.1007/BF01262690.
- [3] Coleman BD, Gurtin ME. Thermodynamics with Internal State Variables. J Chem Phys 1967;47:597–613. doi:10.1063/1.1711937.
- [4] Horstemeyer MF, Bammann DJ. Historical review of internal state variable theory for inelasticity. Int J Plast 2010;26:1310–34. doi:10.1016/j.ijplas.2010.06.005.

¹ Escuela de Ingeniería Mecánica, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. jorge.zahr@pucv.cl.