



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO



Desafíos e Implementación en la Escuela de las Distribuciones Binomial y Normal



UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION

Dr. Hugo Alvarado
alvaradomartinez@ucsc.cl

II Simposio de Didáctica de la Estadística – IMA -PUCV

Enero 2016, Valparaíso

ESTRUCTURA DE LA CONFERENCIA

- 1. Presentación de actividades**
- 2. Presencia de variables aleatorias binomiales en los medios de comunicación**
- 3. Contexto escolar**
- 4. Aproximación de la distribución normal a la binomial**
- 5. Implicaciones para la enseñanza de conceptos relacionados**

Experimento aleatorio

Se conocen todos los posibles resultados pero no se puede determinar cuál va a ser el resultado que se va a obtener.

Presentación de situaciones problemas

Actividad 1. ¿Qué tienen en común?

Lanzar una moneda 4 veces y se anota el n° de caras

Lanzar un dado 10 veces y se anota el valor de la cara

A 200 jóvenes chilenos le vamos a preguntar si va a votar en las próximas elecciones presidenciales

Un **experimento** se dice **Bernoulli** si tiene dos resultados posibles, que llamaremos

E: éxito o **F: fracaso**

Denotamos a la probabilidad de éxito $P(E) = p$

Denotamos a la probabilidad de fracaso $P(F) = 1 - p = q$

Actividad 2:

Indicar experimentos aleatorios de situaciones reales con dos resultados posibles, y que sean de interés de sus alumnos.

Actividad 3:

UNA CAJA CONTIENE:

3 fichas Rojas
7 fichas azules

Elaborar un experimento bernoulli y calcular probabilidades

Actividad 4:

Experimento girar su cabeza hacia un costado

LR/RS/HA, UCSC, enero 2016

N° Profes que giran su cabeza a la izquierda 5

Proporción que giraron a la izquierda $5/20 = 1/4$

Definamos como:

“éxito” el suceso “girar la cabeza hacia la izquierda”

Si observamos a uno de los asistentes,

el espacio muestral será $\Omega = \{ E , F \}$

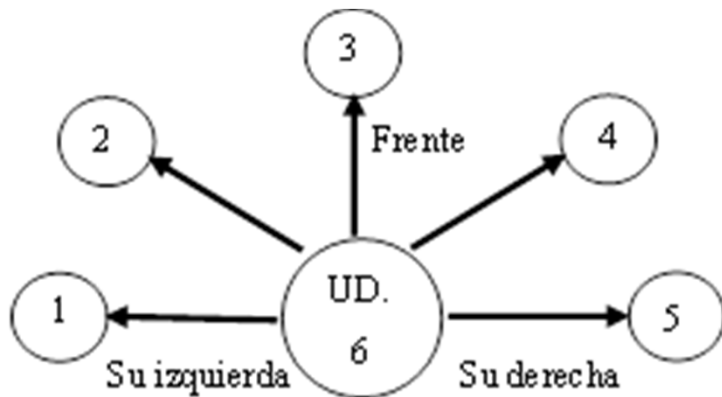
y por tanto la probabilidad de éxito será $p = 1/4$

Definamos el experimento asociado:

Consulte a cinco de sus compañeros que están alrededor suyo hacia donde giraron su cabeza.

Registre la secuencia del resultado.

Anote D si el giro es a la derecha o I si fue a la izquierda



1	2	3	4	5	6

Secuencia de resultado

El resultado observado es uno de los posibles valores en una muestra de tamaño seis:

Variable aleatoria binomial:

Representa el número de giros a la izquierda observados por 6 profesores asistentes

Parámetros $n = 6$ y $p = \frac{1}{4}$

Recorrido de la v.a. X es $\{0,1,2,3,4,5,6\}$

¿Cuál es la probabilidad que dos profesores hayan girado su cabeza hacia la izquierda?

$$P(D D D D I I) = \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$$

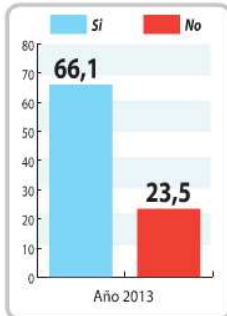
Supongamos que se llevan a cabo n subexperimentos (o pruebas) independientes, en cada uno de los cuales se puede obtener un “éxito” con una probabilidad p , o un “fracaso” con una probabilidad $1-p$.

Si X representa el número de éxitos que ocurren en las n pruebas, X se dice que es una variable aleatoria binomial con parámetros n y p .

$$P (X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} (p)^x (1 - p)^{n-x} \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Presencia de v.a. binomiales en situaciones diarias

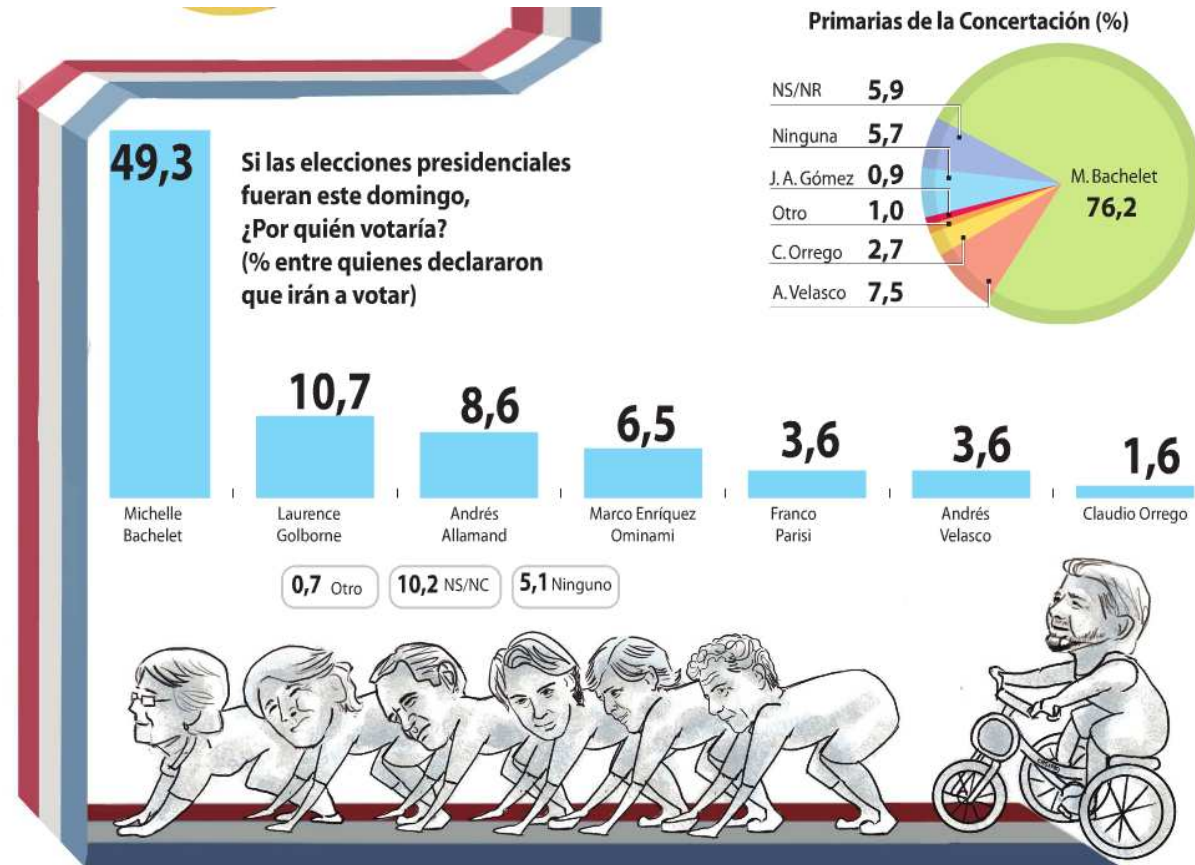
¿Irás a votar en las próximas elecciones presidenciales? (%)



Fuente: ICSO UDP.

“No me interesa”

Entre las razones para no votar, “no me interesa la política” lidera las menciones con 48,7%. “Aunque vote, las cosas van a ser igual”, le sigue con 13,7% e “ir a votar es una pérdida de tiempo” con 13%. “Ningún candidato me representa” aparece con 11,6% de las preferencias. Sólo el 21,5% de los encuestados dijo que iría a votar a las primarias de la Alianza. Un 28,6% lo haría en las de la Concertación.



¿Respetamos las señaléticas de estacionamiento?



¿cómo estimar la proporción de jóvenes que estarán de acuerdo con alguna política estudiantil o proporción de jóvenes que tienen total claridad hacia donde dirigirán su destino una vez que termine la educación media?

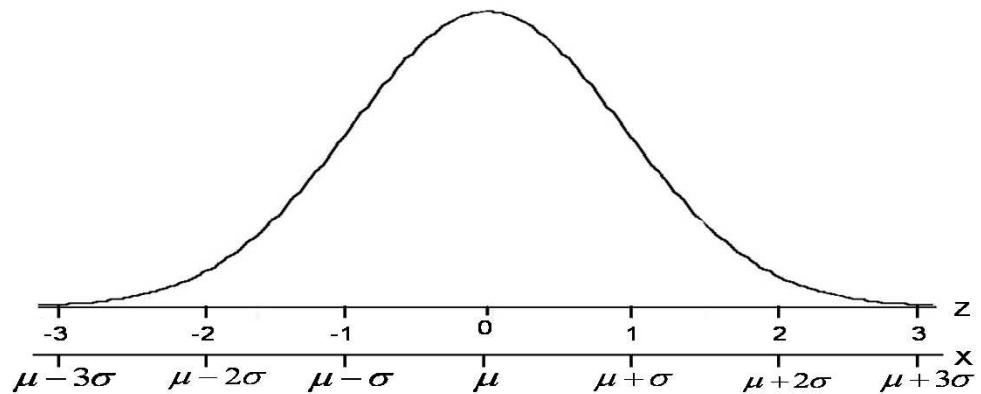
Distribución Binomial. $X \sim \text{bin}(n, p)$

Los experimentos Bernoulli siguen una **distribución binomial**, y presenta cuatro propiedades:

- Sólo debe haber dos posibles resultados, uno es éxito y el otro fracaso. Un éxito no implica necesariamente un resultado deseable;
- La probabilidad de un éxito, p , sigue constante de un ensayo al siguiente, al igual que lo hace la probabilidad de fracaso, $1 - p$;
- La probabilidad de un éxito en un ensayo es totalmente independiente de cualquier otro ensayo;
- El experimento puede repetirse muchas veces.

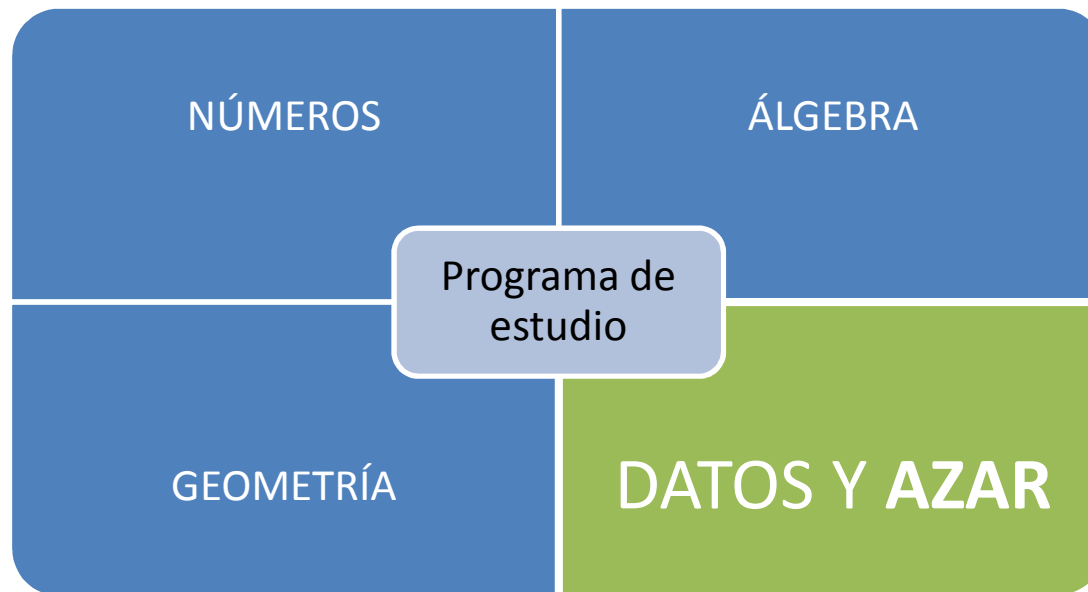
Distribución Normal

Gráfica de la función densidad de probabilidad distribuida normal, eje Z de media cero y varianza 1 y eje X con media μ y varianza σ^2



Contexto escolar

Cambios metodológicos en la enseñanza e incorporación de nuevos contenidos en los programas escolares



Contenidos área temática AZAR

1º medio	2º Medio	3º Medio	4º Medio
<ul style="list-style-type: none"> - Cálculo de probabilidad por combinatoria - Cálculo de probabilidades por Modelo de Laplace 	<ul style="list-style-type: none"> -Variable aleatoria -Ley de los grandes números - Cálculo de probabilidades con técnicas de: combinatoria, diagrama de árbol, lenguaje conjuntista y propiedades de suma y producto 	<ul style="list-style-type: none"> -Función de probabilidad y función de distribución -Valor esperado, varianza y desviación estándar -Distribución de variable aleatoria discreta -Situaciones de modelo binomial - Probabilidad condicionada 	<ul style="list-style-type: none"> -Variable aleatoria continua -Distribución y aplicación de probabilidad normal -Aproximación normal a la binomial

Sentido estadístico

Cultura estadística

Apropiación de:

- ✓ Datos
- ✓ Gráficos
- ✓ Variabilidad aleatoria
- ✓ Distribución
- ✓ Asociación y correlación
- ✓ Probabilidad
- ✓ Muestreo e inferencia

Razonamiento estadístico

Desarrollo de:

- Reconocer la necesidad de los datos
- Transnumeración
- Percepción de la variación
- Razonamiento con modelos estadísticos
- Integración de la estadística y el contexto

Componentes que confieren sentido estadístico a la enseñanza de las ideas estadísticas:

- Razonar a partir de datos empíricos.**
 - Analizar gráficos estadísticos para distintas muestras.**
 - Razonar a partir de distribuciones de datos.**
 - Comparar dos distribuciones de datos.**
 - Relacionar las características de las muestras con las de la población.**
-
- Implementar los proyectos de iniciación científica con apoyo de recursos informáticos.**

IMPLICACIONES DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

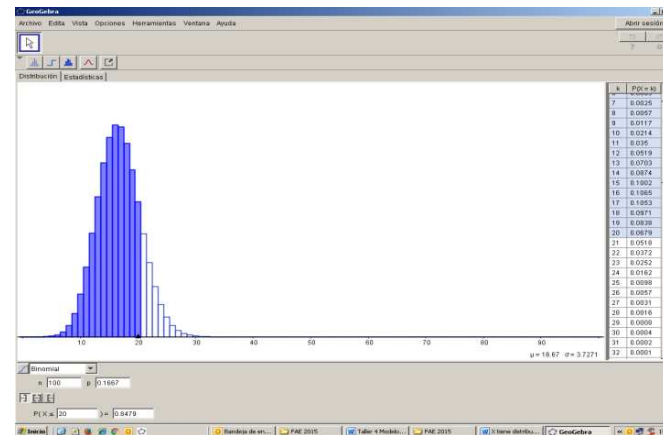
PARA LA ENSEÑANZA

DE CONCEPTOS RELACIONADOS

EN LOS NIVELES EDUCATIVOS

Uso de Representaciones

- **Manipulativa:** experimentación con dispositivos manuales, papel-lápiz o calculadora
- **Computacional:** trabajo con Excel, Geogebra, Programa R...
- **Algebraica:** lenguaje simbólico y demostración deductiva



Dispositivos didácticos: Dados de distintas caras y representaciones gráficas con Geogebra

Cambio del discurso en el aula de matemática

Figura 1. Recolección de la información



Figura 2. Primeros pasos de tabulación



Figura 3. Apoyo de la calculadora



F 4. Representación gráfica y tabular de variables con apoyo de Excel, Geogebra,.....



Alcances

Diseñar procesos de estudio de la distribución binomial.

Implementar diferentes formulaciones y representaciones.

Uso de recursos tecnológicos.

Analizar dificultades y errores de los estudiantes.

Referencia

Alvarado, H. & Retamal, L. (2010). La aproximación binomial por la normal: una experiencia de reflexión sobre la práctica. *Paradigma*. Vol. XXXI, Nº 2, 89-108.

**Muchas gracias
por su disponibilidad de tiempo**
