
XLI SEMANA DE LA MATEMÁTICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO
Octubre 2015

APLICACIONES ARITMÉTICAS DE LA EQUIDISTRIBUCIÓN DE PUNTOS
PEQUEÑOS

RICARDO MENARES

RESUMEN

Las raíces del polinomio $x^n - 1$ se sitúan sobre el círculo unitario formando los vértices de un polígono regular de n lados. Cuando n crece, los polígonos aproximan al círculo cada vez mejor. En otras palabras, las raíces de la unidad se reparten de manera uniforme sobre el círculo cuando el orden tiende a infinito. Por otro lado, la familia de polinomios $(x-1)^n$ tiene sólo una raíz. El contraste entre la distribución límite de las raíces (uniforme en el primer ejemplo, concentrada en un punto en el segundo) se explica por la manera en que crecen los coeficientes del polinomio (nada en el primer caso y exponencialmente en el segundo).

El ejemplo de las raíces de la unidad se extiende, más generalmente, al caso de sucesiones de puntos algebraicos "pequeños". La manera correcta de cuantificar el tamaño de los puntos algebraicos es a través de la teoría de alturas, que presentaremos en la primera parte del curso. Revisaremos una versión en dimensión superior del fenómeno de equidistribución de puntos de altura pequeña. Finalmente, mostraremos aplicaciones de este resultado a un teorema de finitud en geometría diofantina, conocido como propiedad de Bogomolov para subvariedades de torsión.